

E36 CsI(Tl) photon detector の波形解析 と $K\mu 2$ ピークと宇宙線ミュオンによる校正測定

2016 年 01 月 23 日

著者：伊藤博士

概要

J-PARC E36 実験において検出器の CsI(Tl)ガンマ線検出器の波形解析でうまくフィッティングできるようになった。つまり、フィッティングによってオーバーレンジや、ダブル波形における補正が可能になったことを意味する。波高と積分値の逸脱から $K\mu 2$ ピークが抜き出せ、CsI(Tl)のエネルギー分解能が乏しい結晶に対しても校正することができた。次に宇宙線ミュオンを CsI(Tl)で止めて、崩壊した陽電子を捕まえて校正する。ミュオンが静止し、陽電子が飛び出すので、つまりダブル波形を積極的に解析し、セカンド波形のプロパティを調べるのだ。そこから、最大 52.8 MeV の損失エネルギーが得られればこの試みは成功につながる。ファスト波形とセカンド波形のピーク時間差の分布からミュオンの平均崩壊時間は得られていることから期待がもてる。

1. はじめに

E36 実験は TREK グループによる J-PARC ハドロンホール K1.1BR ビームラインにおいて 2015 年 4 月から 2015 年 12 月まで行われていた「K 中間子崩壊分岐比 $R_K = \Gamma(K \rightarrow e\nu) / \Gamma(K \rightarrow \mu\nu)$ の精密測定」実験である。TREK は Time Reverse Experiment at KEK の略でその名の通り時間反転対称性の破れの測定を研究することを目指している。

E36 検出器の CsI(Tl)ガンマ線検出器は 768 クリスタルから構成されており、FADC によって波形データを出力する。CsI(Tl) ガンマ線検出器の典型的な波形を図 1 に示す。横軸は TDC Channel, 縦軸は ADC channel を示す。ある事象における波形は以下の情報を持ち ROOT ベースのライブラリに格納される：ADC channel 最大値(max), その時の TDC channel (peak time), 最小値 (min), 積分値(charge)、そしてそれぞれの波形グラフ。このグラフは 250 点から成り、TDC channel は 1 チャンネルあたり 40 ns

を、ADC channel は信号の電圧振幅(Voltage Amplitude)をそれぞれ暗示する。さらに事象番号と VF48 のモジュール番号、そしてチャンネル番号がそれぞれイベントタグとして格納される。

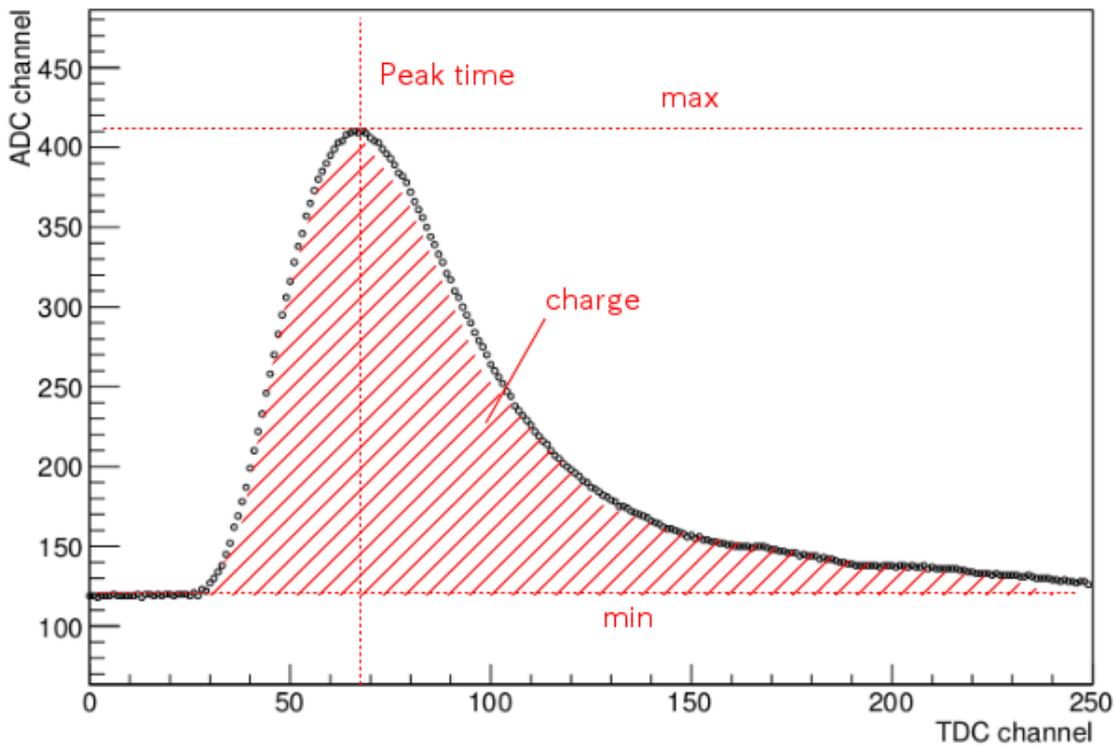


図 1. 代表的な波形データとプロパティ

2. $K\mu 2$ ピークによるエネルギー校正

波形の ADC channel 値が最大となる TDC channel 値をピーク時間(peak time)と定義する。図 2(左)にピーク時間の分布を示す。CsI は 10^{-6} s 程度の減衰時間がよく知られており、MHz 頻度の DAQ 環境では多くのバックグラウンド事象にさらされる。そこで、S/N を良くするためにピーク時間において、赤線で仕切った領域を選択する。

結晶内で単一の応答があった事象で、ある結晶における波高(pulse height = max - min)の分布を図 2(右)に示す。 μ が結晶に入射した時ガンマ線のようなクラスターは生成せず、多くの場合そこで運動エネルギーをすべて落とす。この場合、バックグラウンドの上に単色のエネルギーピーク構造が現れる。このピークは $K\mu 2$ ピークと呼ばれており、K の 2 体崩壊で生成される μ の運動量が 236 MeV/c (運動エネルギー

— 153 MeV) の単色であることによってピーク構造を持つ。赤のヒストグラムはピーク時間が 50 ~ 80 ch. の領域における波高の分布である。K μ 2 事象以外のバックグラウンドを抑えていることが確認できる。

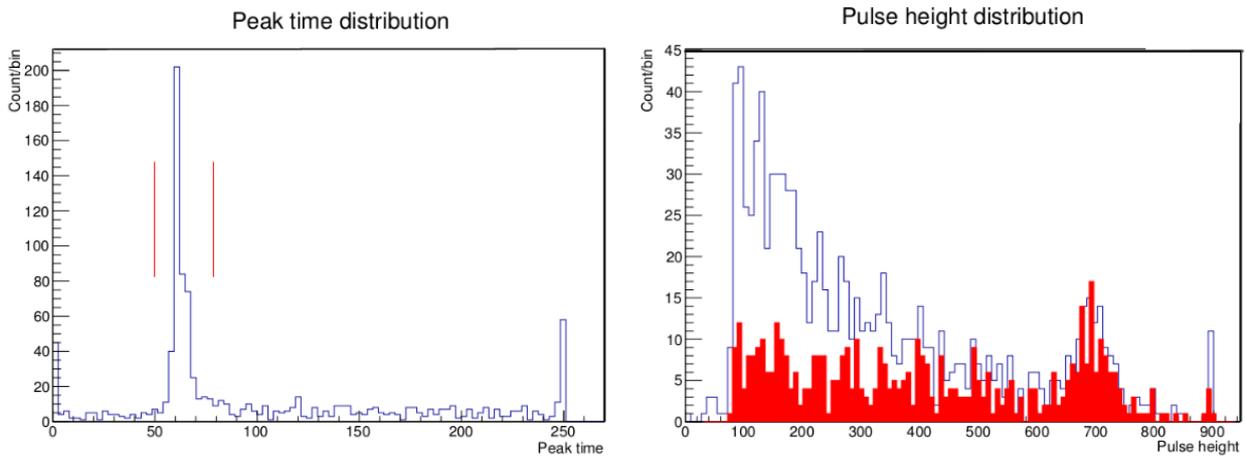


図 2. ピーク時間分布、K μ 2 事象波高分布

波高と積分値の関係を図 3 に示す。波形が単一でかつ相似形であれば、波高と積分値には比例関係があるはずで、図 3 の関係はこの理論に一致する。1 次曲線によるフィットで傾き 68.6、切片 3.20×10^4 の関数 $f(h)$ が得られた (赤実線)。ここで h は波高値を意味する。 χ^2 は各点から関数 $f(h)$ までの距離の 2 乗の和として計算され、 χ^2 が最小 ($\chi^2 = 61.2$) をとるような関数 $f(h)$ が決定された。

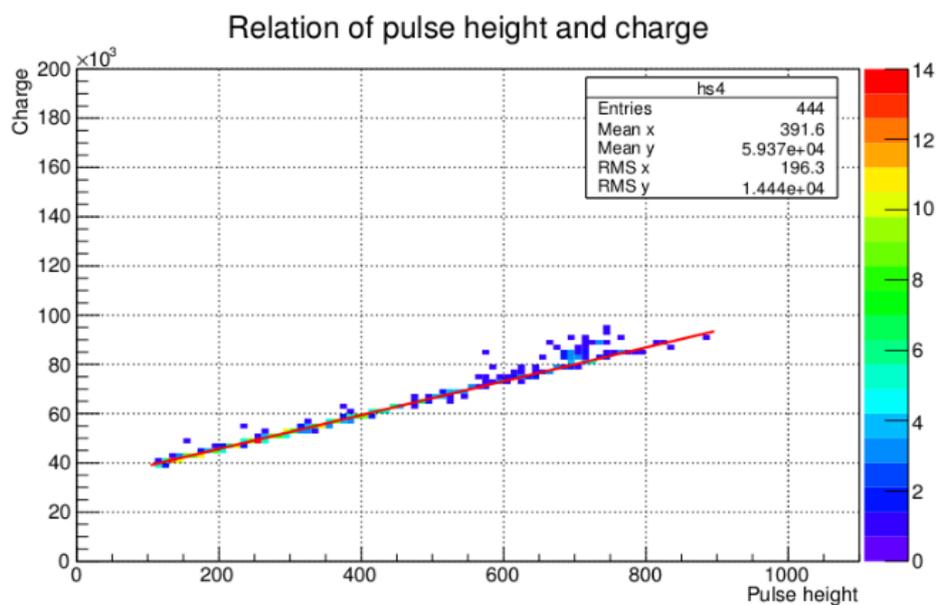


図 3. 波高と積分値の関係

K μ 2 ピークの領域（600 ～ 700 ch.）ではこの直線性に加え、明らかに直線領域から逸脱している事象が存在する。これは波形が単一ではなく、主に波形が2つ存在している事象が支配的と考えられる。なぜ K μ 2 領域でこの逸脱が多いのかというと、ミュオンが結晶内で静止した後、崩壊し陽電子を放出することで2つめの波形を生成するからである。つまり、単一波形よりもむしろ二重波形式象を選別することで K μ 2 事象を明らかに抽出でき、エネルギー分解能の乏しい結晶に対しても校正が可能になるだろう。

フィットして得られた関数 $f(h)$ に対して積分値との割合と波高の関係を図 4 に示す。この関係から明らかに K μ 2 領域に逸脱した事象が集中していることが確認でき、最大 15%程度増で積分していることがわかる。これは静止ミュオンから放出される陽電子の最大運動エネルギー52 MeV が影響しており矛盾していない。

この直線性領域から逸脱した事象について波高軸方向に射影する。このしきい値を 1%に設定して評価する。K μ 2 領域以外は良い線形性を見せ、1%以上の逸脱が少ない。このしきい値を高く設定すれば、K μ 2 事象だけを多く選択できるが、同時に K μ 2 の事象数を減らすので、その妥協点として本項では 1%のしきい値を設定した。

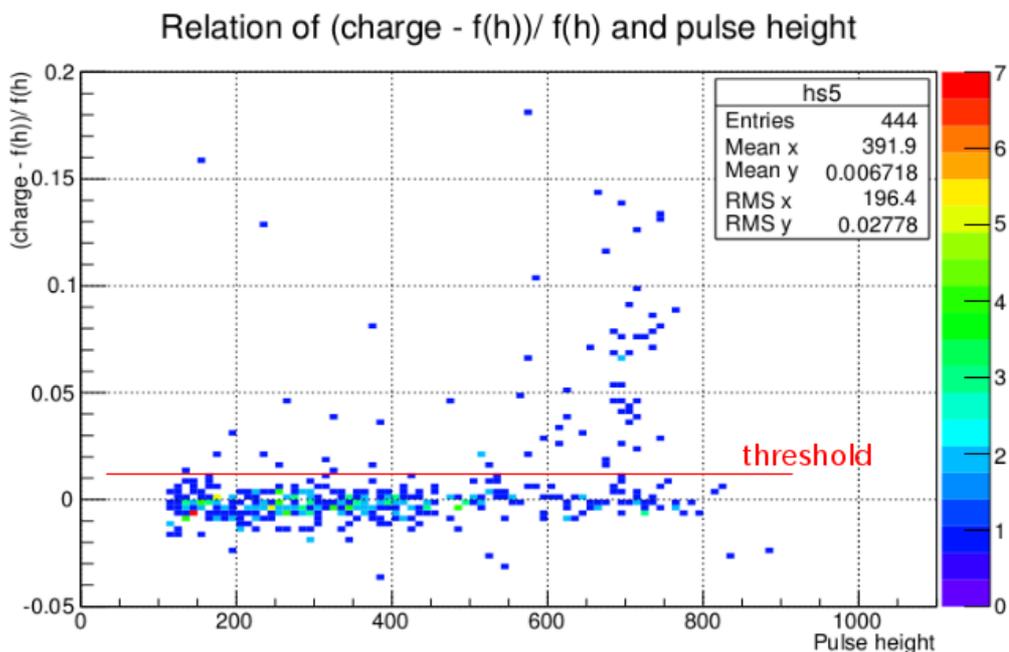


図 4. 波高と関数 $f(h)$ に対して積分値との割合の関係

積分値と波高との直線性の関係を 1%以上逸脱している事象を含めた波高分布を 図 5 に示す。青色の実線ヒストグラムはイベントセレクトしていない波高分布、赤色のヒストグラムはピーク時間が 50 ~ 80 ch.の事象、そして緑色のヒストグラムは赤色のヒストグラムに加え積分値と波高との直線性の関係を 1%以上逸脱している事象を示している。黄色の実線は緑色のヒストグラムの $K\mu 2$ 事象においてフィッティングしたガウス関数である。フィッティングの結果、平均 705 channel、標準偏差 24 channel が得られたので、この結晶の Energy Deposit の校正係数は

$$4.61 \pm 0.03 \text{ ch./MeV},$$

エネルギー分解能は

$$3.3 \pm 0.8\% (\sigma),$$

が導き出せる。ここでエネルギー分解能は標準偏差と平均値の比

$$\text{Resolution} = \sigma / \text{mean}$$

から計算している。

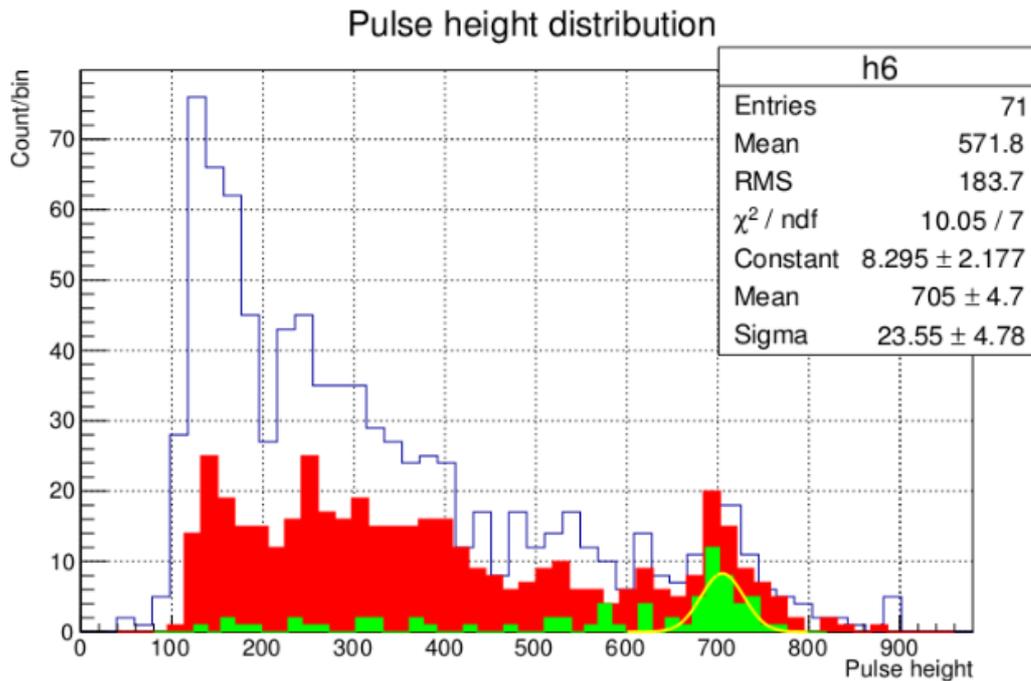


図 5. しきい値を超えた $K\mu 2$ 事象波高分布

3. 波形モデル

前のセクションで Deposited Energy の校正係数とエネルギー分解能を評価したが、二重波形は往々にしてパイルアップしている傾向がある。このセクションでは波形模型の設計と適正、そしてパイルアップ補正の方法を説明し、補正された Deposited Energy の校正係数とエネルギー分解能を評価する。

3.1. Model function

CsI(Tl)光子検出器からの波形データは整数で出力され、波形プロパティももちろん離散的な数値を返す。図 6 は波形データとフィッティング模型関数を示す。より精密な波高と信号時刻を取得するために波形模型関数を以下に定義した。

$$\begin{aligned} Model(x) &= p_0 Freq\left[\frac{x - p_1 - p_2}{p_3}\right] \frac{1}{f(x_0)} \times \\ &\quad \left(\frac{x - p_1}{p_4} \exp\left[1 - \frac{x - p_1}{p_4}\right] + p_5 \frac{x - p_1}{p_4 + p_6} \exp\left[1 - \frac{x - p_1}{p_4 + p_6}\right] \right) (x > p_1) + p_7 \\ f(x_0) &= \frac{\varepsilon\tau_1(\varepsilon\tau_1 + \tau_2)}{\varepsilon\tau_1^2 + \tau_2^2} \exp\left(1 - \frac{\tau_1(\varepsilon\tau_1 + \tau_2)}{\varepsilon\tau_1^2 + \tau_1^2}\right) + \frac{\tau_2(\varepsilon\tau_1 + \tau_2)}{\varepsilon\tau_1^2 + \tau_2^2} \exp\left(1 - \frac{\tau_2(\varepsilon\tau_1 + \tau_2)}{\varepsilon\tau_1^2 + \tau_2^2}\right) \end{aligned}$$

この模型関数はフリークエンシー関数と 1 次関数と指数関数の積で構成している。フリークエンシー関数は階段関数の立ち上がり前後が滑らかにしたような関数で以下の式で与えられる。

$$Freq(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt$$

模型関数は規格化定数 $1/f(x_0)$ を代入することで p_0 が波高の意味を持つように設計されている。 p_1 は立ち上がる時刻で $(x - p_1)$ で平行移動させている。 p_2 は定数、 p_3 は立ち上がりの傾き要因である。 p_4 は主な減衰項(τ_1)、 $p_4 + p_6$ は 2 つ目の減衰項 (τ_2)、 p_5 は 2 つの減衰項をもつ成分の比(ε)、そして p_7 はベースラインを示す。 $x > p_1$ の条件を設定しているのは 1 次関数と指数関数の積が波形の立ち上がり時に負に落ち込む成分を消すためである。フィッティングのための初期パラメータは波形プロパティを以下のように代入する： $p_0 = \max - \min$ 、 $p_1 = \text{peak time} - 40$ 、そして $p_7 = \min$ 。

3.2. Incident parameters of the function

このセクションでは、信号波形のモデル関数の適性について議論する。この関数には7個の自由パラメータが存在するが、波形プロパティを初期値に代入しその周辺に制限を設けることで、自由度を4個に減らす。

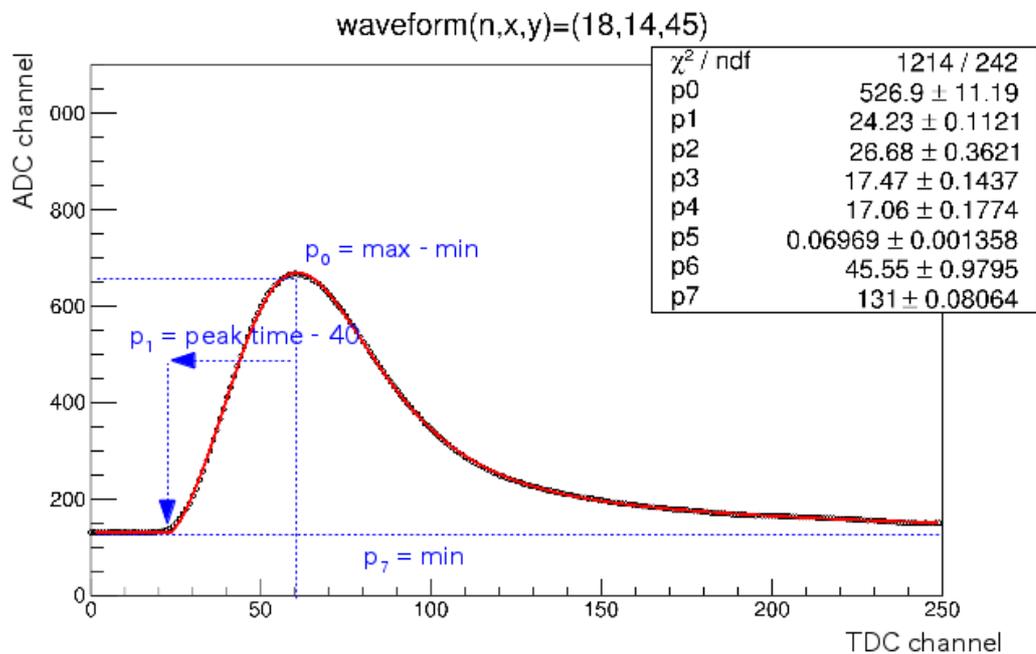


図 6. 波形データとフィッティングモデル関数

3.3. Chi square

フィッティングに際し、 χ^2 は以下の式で定義された：

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^{250} \frac{(f(x_i : a_1, a_2, a_3, \dots) - y(x_i))^2}{\sigma_i^2}$$

ここで、 $f(x)$ は波形模型関数、 $y(x)$ はオリジナルの波形点 α_i はフィッティングパラメータで、そして σ は元の波形の誤差として1である。フィットの誤差は波高に依存する傾向が図7を見てわかるだろう。赤実線のフィッティング関数 $f(x)=7x^{0.6}$ に沿った傾向をもつ。そして、下のヒストグラムはこの関係に沿った射影分布である。この関係領域から逸脱した事象 ($7 \chi^2 / h > 2$) はダブル波形やフィット関数が合わなかった波形を確認した。

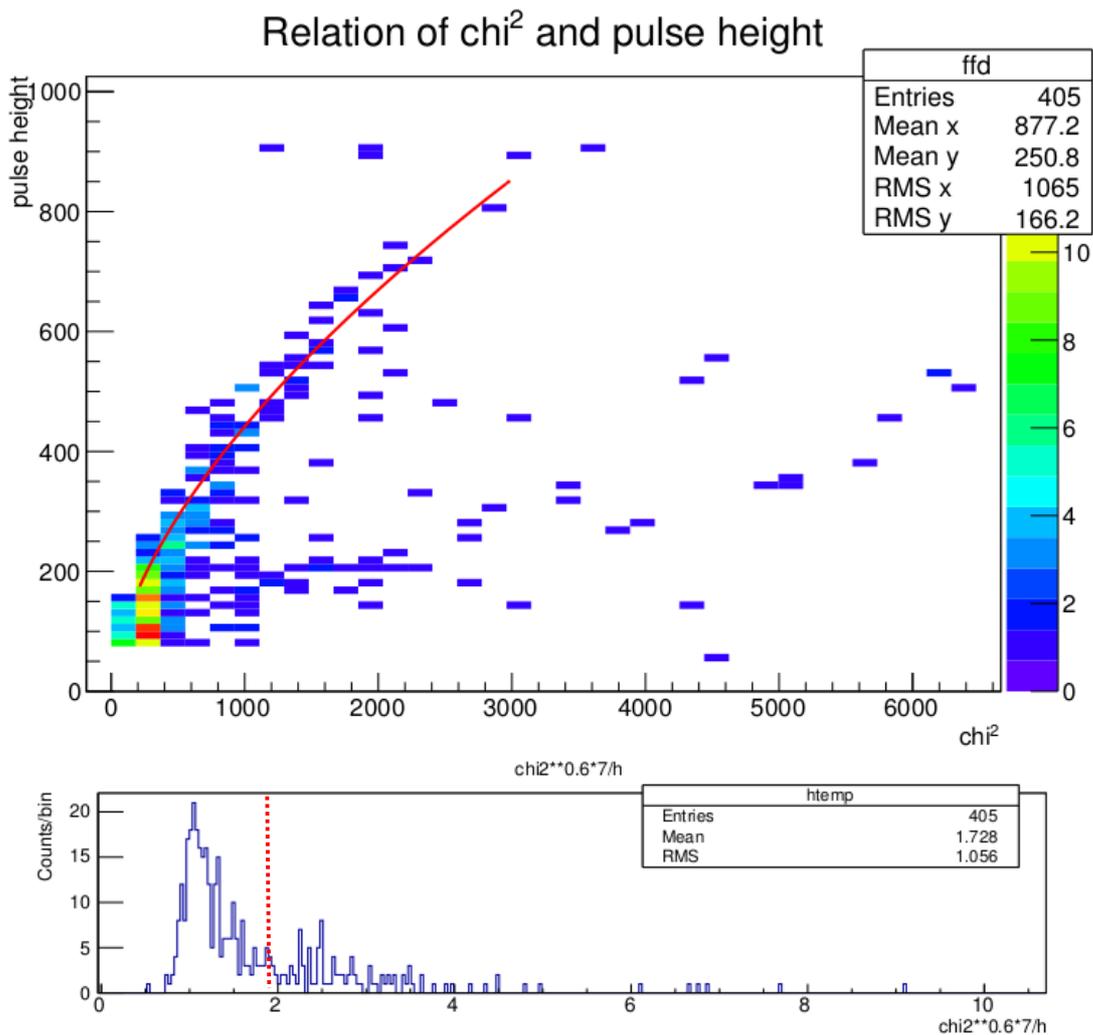


図7. χ^2 と波高の関係と Good 波形の区別

3.4. Over range wave

波形が ADC チャンネルの最大値を超えた場合、正常に波高とピーク時間が得られない。単一波形について代表的な波形モデルを決定し、オーバーレンジした波形に適応させる。そのため、新たに途中フラットな領域を持つ関数を設置する(図 8)。ADC がオーバーフローした時刻(TDC channel)のはじめとおわりの時刻を取得しパラメータ p8, p9 の初期値に代入する。立ち上がり時刻 p1 の初期値はこのオーバーフローしている領域の中心を採用した。この関数で良くフィットした波形は元の波形モデル関数(緑破線)で再構成され、真の波高とピーク時間が得られる。

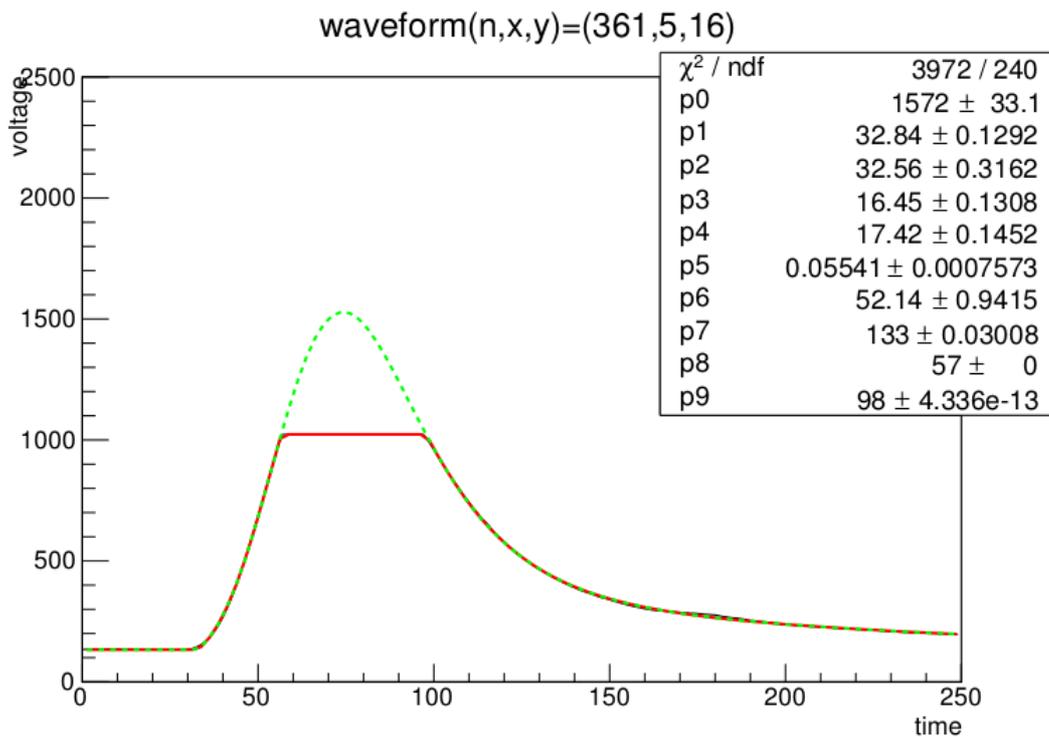


図 8. オーバーレンジ波形のフィッティング補正

3.5. Multiple wave

単一波形モデルでフィッティングした結果、 χ^2 が前のセクションで定義したしきい値より大きい場合、波形が2つ存在するとしてフィットする。ここで2つ目の波形がどこに存在しているかわからないことが、初期値の決定を困難にする。まずピーク時間付近でシングル波形 Fit を実施し、オリジナルのデータと差をとる。その差のピークが2つめのピーク時間であるとして初期値を決定する。2つめの波形の位置は最初の波形の後に来た場合（図 9 a）、そしてその前に来た場合（図 9 b）、最初の波形の直後に来た場合（図 9 c）で様子が違う。波形同士が重なるとき、前の波形のテイル部分が後の波形を高くする、これをパイルアップという。つまり、2つ目の波形が最初の波形の後にある場合、その2つめの波形は補正されなければならない。

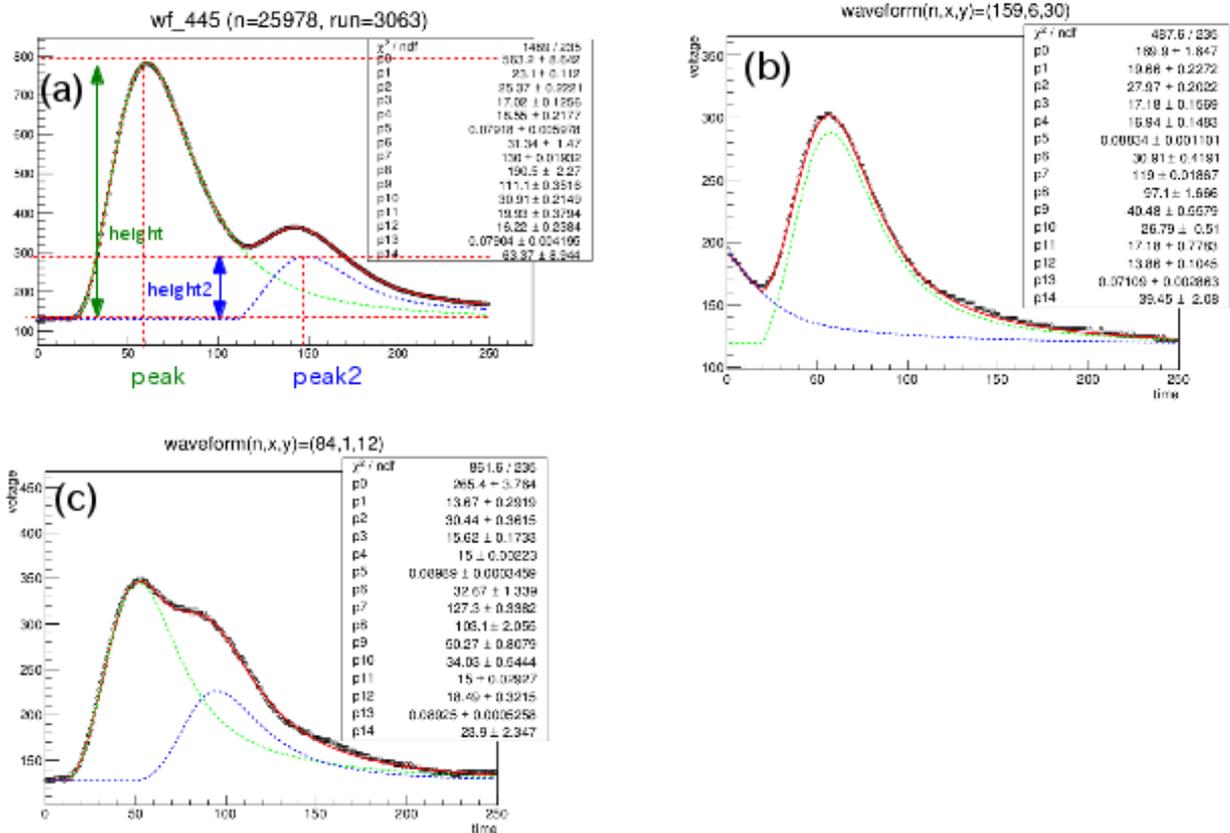


図 9. ダブル波形のフィッティング補正

3.5. Overview for waveform fitting algorithm

これらの波形フィッティングにおけるアルゴリズムを図 10 に示す。まず、波形データ 250 ポイントを取得し、波形プロパティを導く。Max 値 1023 を境にシングル波形フィットかオーバーレンジ波形フィットに分岐する。シングル波形フィットして χ^2 が基準を満たさない場合ダブル波形フィットに分岐する。今のプログラムではサード波形、フォース波形と続かず、ダブル波形フィットでさえ上手くフィットできない波形は χ^2 が基準を満たさないものとして処理される。そして最後にフィットパラメータとフィット補正プロパティを保存する。このアルゴリズムの現在の課題は計算時間だ。毎事象ループに加えると 10^7 波形で約 1 日はかかる。

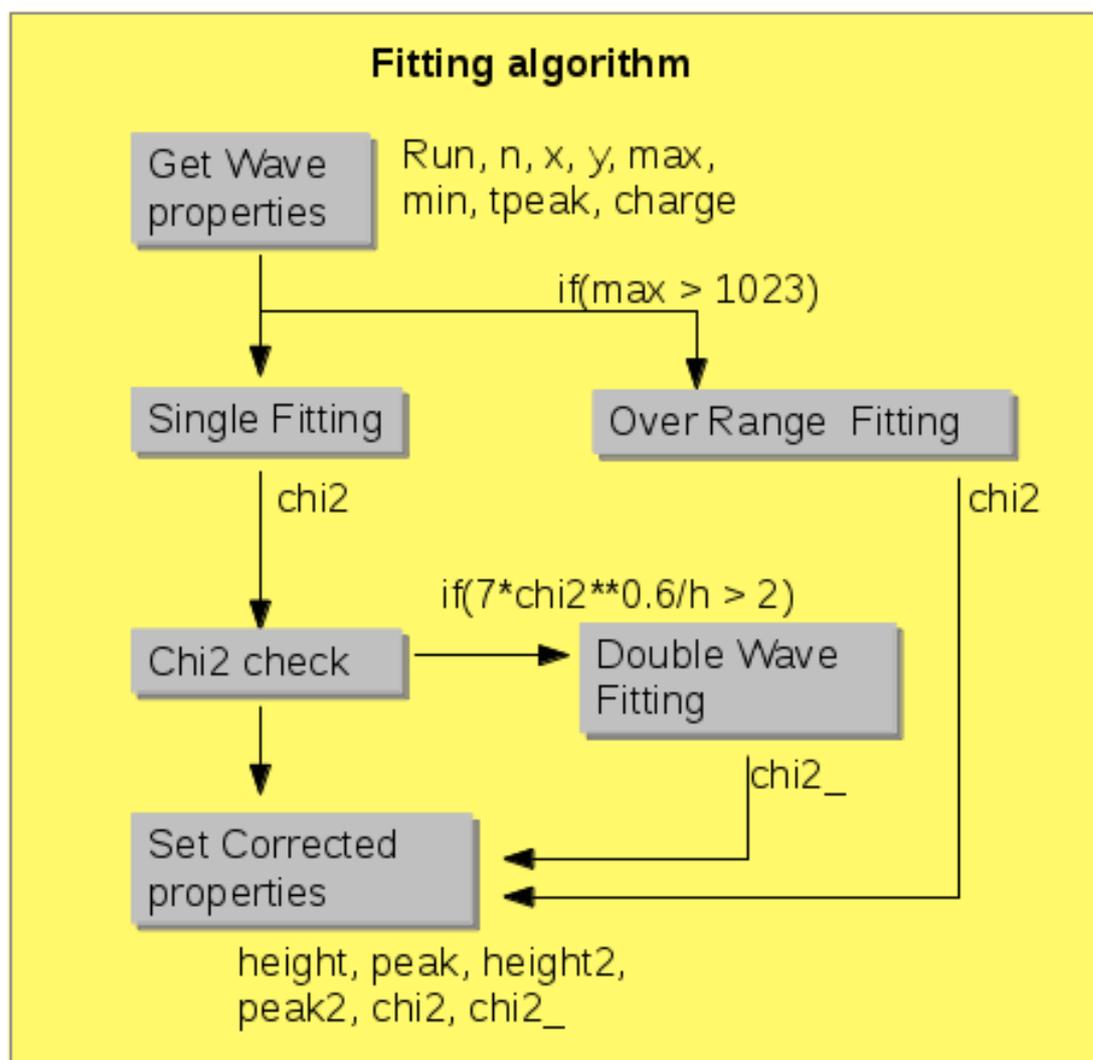


図 10. Overview for waveform fitting algorithm

4. Calibration of deposit energy from e^+

宇宙線ミュオンが結晶内で静止した場合、崩壊してポジトロンを放出する。ミュオンのライフタイムが平均 $2.2 \mu\text{s}$ であることから、セカンドパルスを観測することができる。3体崩壊によるポジトロンの最大運動エネルギーは 53 MeV なので、この値から CsI(Tl)のデポジットエネルギーを校正する。

4.1. Setup

J-PARC E36 実験のシステムにおいて、Gap veto カウンターをトリガーにして CsI(Tl)結晶の HIT 事象を解析する。多くのミュオンは CsI (Tl) を通りぬけ、すべて通り過ぎるか、もしくはある結晶で静止する。これらの CsI (Tl) 結晶の応答はミュオンのトラックとして観測される。

4.2. Second Wave height

結晶内で宇宙線ミュオンが静止した事象における波形をフィッティングによって二つ目の波形（セカンド波形）を分離する。ダブルフィットでよくフィットできた事象 ($7 \chi^2_{0.6}/h < 2$) で、かつセカンド波形のしきい値 20 ADC channel 、そしてメイン波形ピーク時刻 $>$ セカンド波形ピークの条件におけるセカンド波形の波高分布、セカンド波形の波高とピーク時間差のスキッタプロットを図 11 に示す。セカンド波高のしきい値はエレクトロニクスによるノイズによってシングル波形では BAD 波形に分類されたがダブル波形でフィットするとセカンド波形の影響がない事象を除くために要請した。そしてセカンド波形ピークはメイン波形ピークのあとに

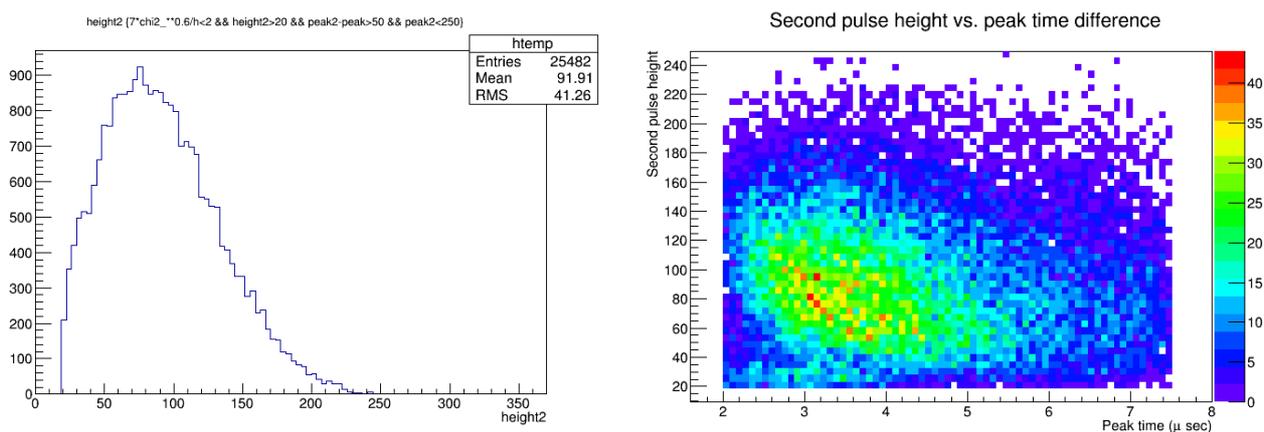


図 11. セカンド波形の波高分布（左）、セカンド波形の波高とピーク時間差のスキッタプロット（右）

必ず存在するように設定している。2015 年 1 月 21 日現在の解析進捗ではセカンド波形とメイン波形は 2 μsec 離れている事象だけを選別している。

セカンド波形において波高の最大値が約 220 ADC channel に集中していることから、この値がミュオン崩壊の陽電子の最大運動エネルギーに対応すると考えられる。このときのエネルギー校正係数は

$$4.15 \text{ ch./MeV}$$

で $K\mu 2$ ピークによる校正結果に矛盾しない。セカンド波形が陽電子のエネルギー分布に対応しているならば、ミュオンの崩壊過程からエネルギー分布は

$$F(x) \propto 3x^2 - 2x^3$$

で表される。ここで、 x は崩壊した陽電子の最大エネルギーに対するエネルギーである ($x = E/E_{\text{max}}$)。2016 年 1 月現在、セカンド波形の波高分布において上記で良いフィットが得られなかった。この分布は 768 クリスタル全てにおける波高分布で固有のばらつきが存在するので、最大エネルギー領域にテイルを作り理論と一致していないと考えている。1 クリスタルにおける分布で再度確認する。

4.3. Peak time difference

メイン波形ピークとセカンド波形ピークの時間差分布を図 12 に示す。この時間差はつまりミュオンが静止し崩壊して陽電子を放出するまでの時間に等しいと考えられる。指数関数 $f(t) = p_0 \cdot \exp(-(t-p_1)/p_2)$ でフィットした結果、平均寿命 $\tau = 2.2 \mu\text{sec}$ が得られ、理論値 $2.19 \mu\text{sec}$ と矛盾しない。

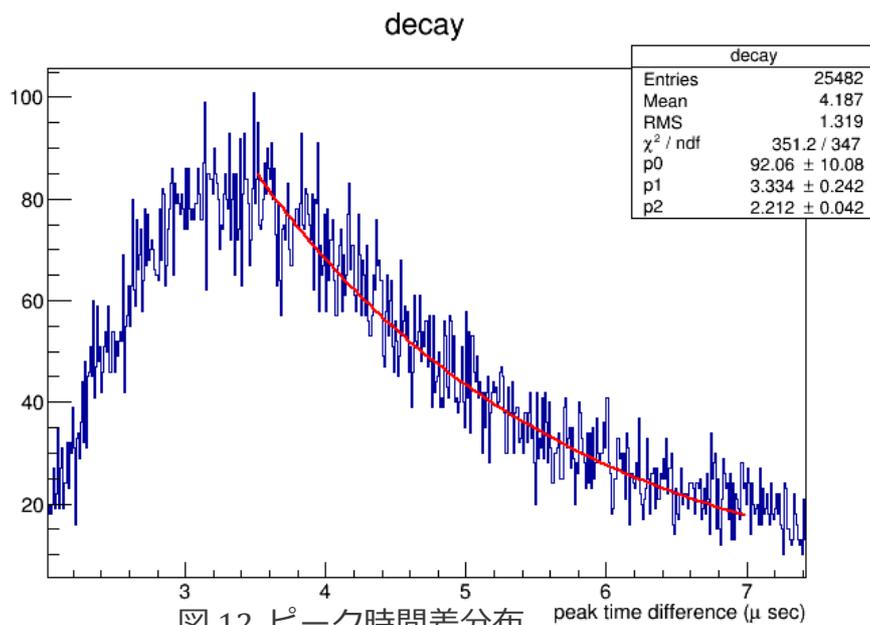


図 12. ピーク時間差分布

4.3. 結晶チャンネルマップ

宇宙線が静止したと考えられる結晶の位置を格納した CsI(Tl)結晶マップを図 13 に示す。1 結晶あたり最大 70 イベントの宇宙線が静止していることが確認できる。しかし、セクション 4.2 で述べた通り 1 結晶でセカンド波高分布のフィットのためには統計量が少ない。

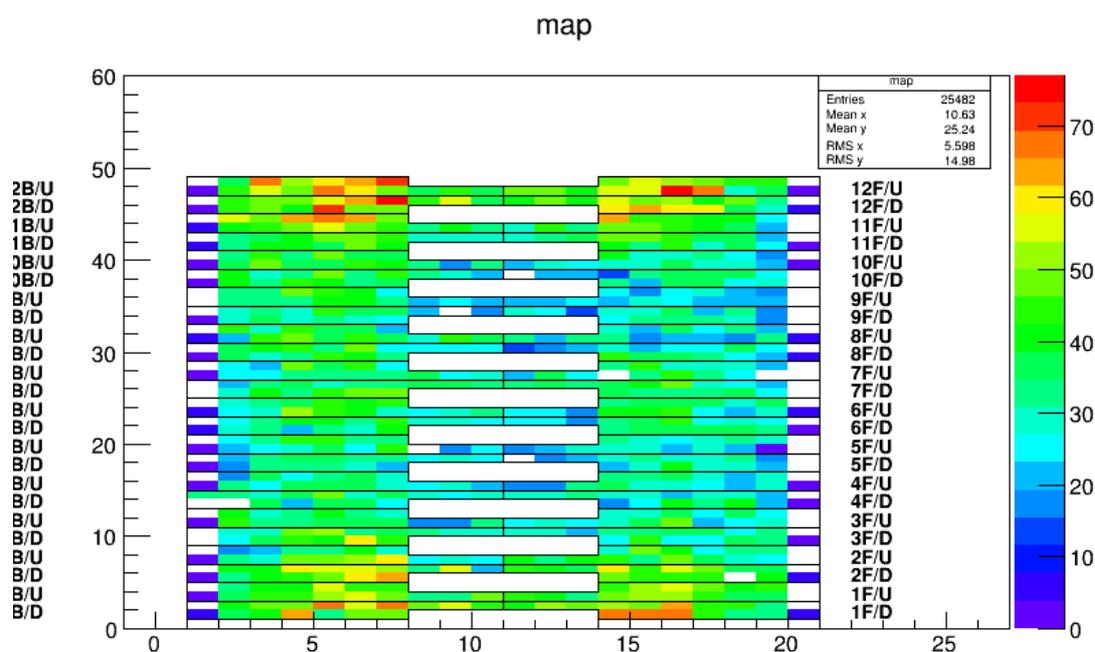


図 13. 結晶マップ

5. まとめ

E36 CsI(Tl)の波形解析を 2015 年 5 月から開始し、11 月に代表的な波形モデルを完成させた。12 月からフィッティング補正によってオーバーレンジ波形、ダブル波形を解析可能になった。波高と積分値の線形関係からの逸脱を用いて $K\mu 2$ の分離に成功し、エネルギー校正と性能評価を行った。12 月末 E36 Physics Run 終了後、宇宙線測定 Run を走らせ、途中解析結果を今回報告した。ピーク時間差分布がミュオンの崩壊寿命に等しいことが実験的に示せ、セカンド波高の最大値による校正係数と $K\mu 2$ ピークによる校正係数は互いに矛盾しない結果が得られた。しかしセカンド波高分布はミュオン崩壊による理論曲線に一致しなかった。現在堀江さんがデコードしたセカンド波形がきわどいデータの解析に挑戦し、現在解析進行中である。