

# CsI(Tl) photon detector waveform analysis system at FADC

June 13 – 17, 2015

H. Ito

## Abstract

TREK E36 実験のための CsI(Tl)ガンマ線検出器の FADC における波形解析システムを構築した。これは CERN が開発した ROOT を基に設計し、良い波形イベントと悪い波形イベントを選別する。以下の [図 1](#) に 4 つのサンプル波形を示す。

良いイベントは波形のピークが 65 tdc (FADC 25 MHz sample rate: 40 ns/tdc)の時刻に集中しており、理想的な立ち上がりと減衰項のモデルを構築している。他の悪いイベントについて見てみよう。まず、lower event は波形ピークが低く、しきい値の設定で除去されてしまう可能性を持つ。次に delay event はタイミングが遅いのでノイズとして処理される。もし使われるなら、モデル関数で over flow した領域を補正する。最後、double event はノイズイベントが重なって、エネルギーを上手く見積もれなくなる。2つのピークを分離してエネルギーの補正をする。

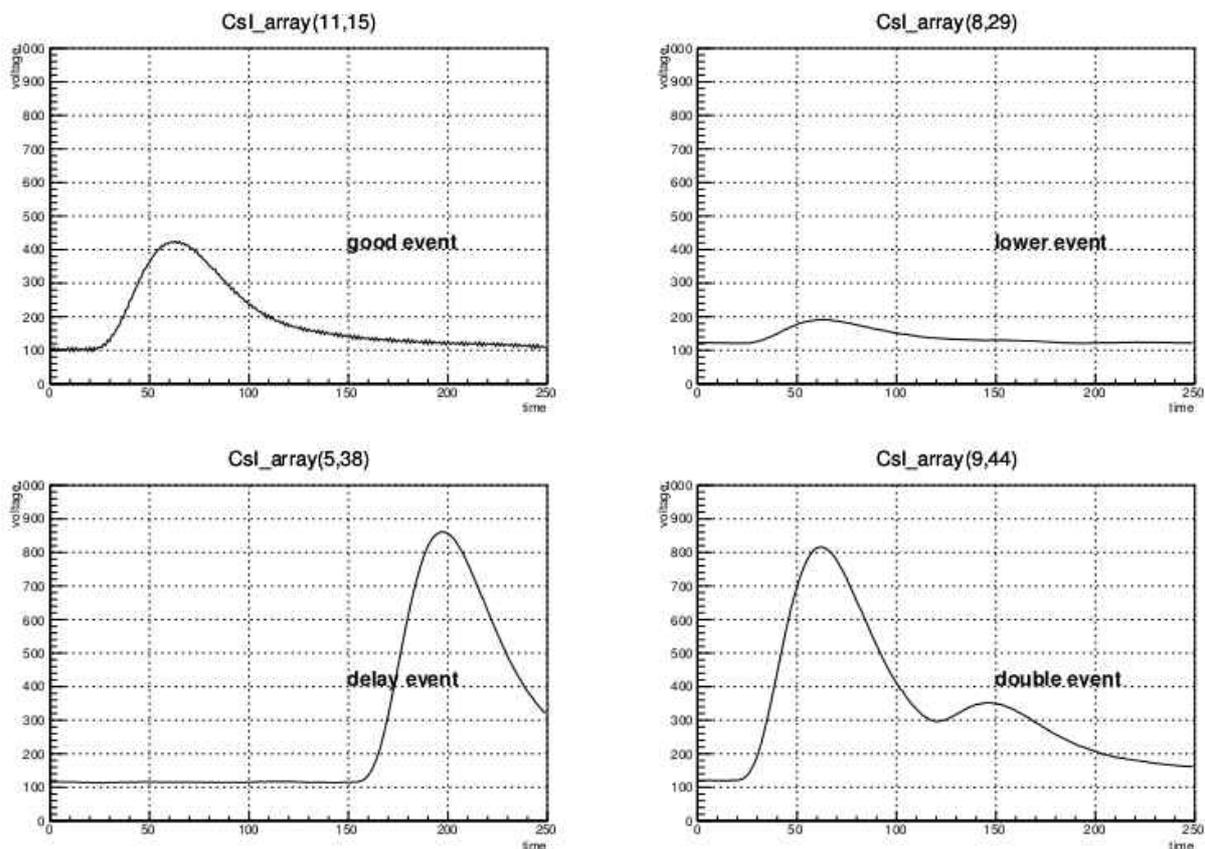


Fig. 1. 4 つのサンプル波形: まだ時間とエネルギーの校正は行っていない。

# 1. Differentiated Waveform

4種類の波形パターンの違いを判断させるためにはどうしたら良いだろうか。この波形の時間について微分した情報を用いて解析する。関数  $f(t)$  の波形のピークの頂上  $t = t_0$  では極値となり微分値  $f'(t_0)$  はゼロになる。そして上に凸ならその領域で  $f''(t)$  は負となる。この条件を満たす時刻  $t$  を数えてピークの数と位置を特定する。図2に先ほどのサンプル波形の微分を示す。赤縦線は微分値がゼロの時刻で、 $f''(t) < 0$  の数をそれぞれ示す。

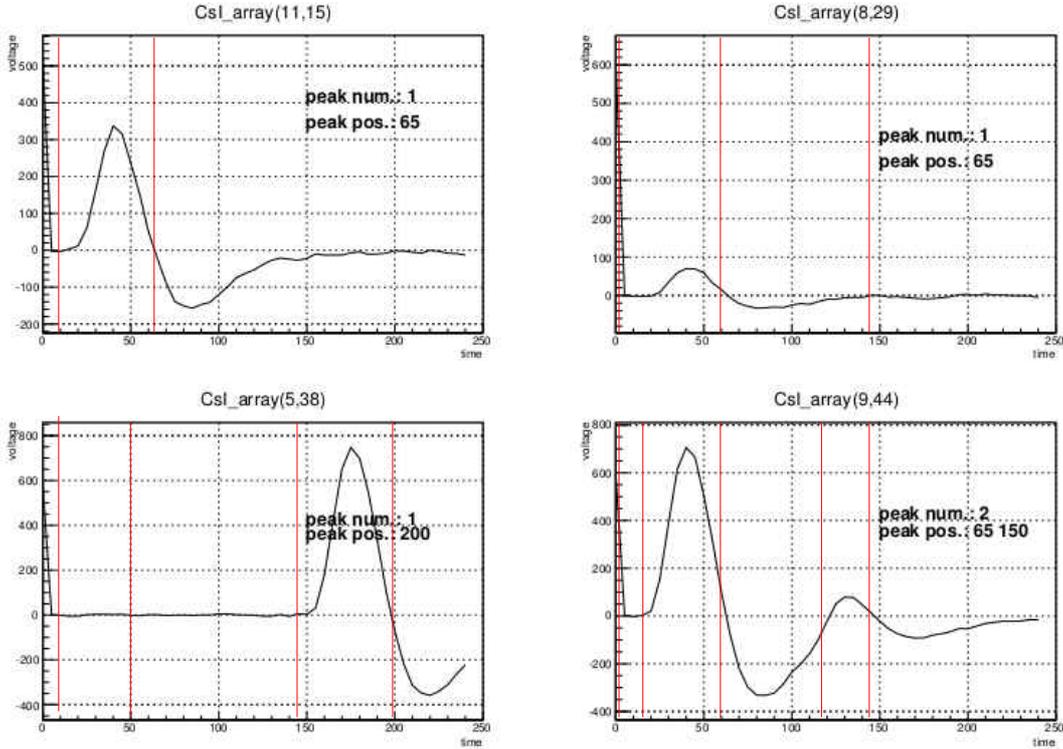


図2. サンプル波形の時間についての微分

プログラムで機械的に処理するための実行としては、ゼロ点をまず数えて、ゼロ点とゼロ点の間の領域をそれぞれ積分しそれを  $S_i$  とする。時刻  $t_i$  を境にした  $S_i$  と  $S_{i+1}$  を参照して、時刻  $t_i$  がピーク頂上であるための条件は

$$S_i > 0$$

$$S_{i+1} < 0$$

である。しかし、この条件ではノイズ源のギザギザも同様に数えてしまうので、適当なしきい値を設ける必要がある。そこで条件を、

$$S_i > 100$$

$$S_{i+1} < -100$$

とすると  $t_1$  の誤認識は減る。

# 2. Rough Fitting Model

微分波形によって良い波形、遅延波形、ダブル波形を識別し、ピーク数、そしてピーク時刻を決定する。この値を用いて、波形関数を記述するモデルの最小近似は以下で定義する。

$$f(t) = \begin{cases} p_4 & \dots\dots\dots (t < p_1) \\ p_0(t - p_1) + p_4 & \dots\dots\dots (p_1 < t < p_2) \\ p_0(p_2 - p_1) \exp(-(t - p_2)/p_3) + p_4 & \dots\dots\dots (p_2 < t) \end{cases}$$

このような簡単なモデルで粗くフィッティングすることで波形モデルの初期パラメータを設定することが

できる。p4はオフセットライン、p1は波形の立ち上がり時刻、p2はピーク頂上時刻、p3は減衰時間定数に対応している。微分波形からピーク数が2つある場合はこの波形を2つ用意して同時にフィッティングする。粗いが2つのピークを分離することができる。それぞれの立ち上がり時刻、ピーク頂上の時刻、減衰時間定数のフィッティング初期値を決定する。

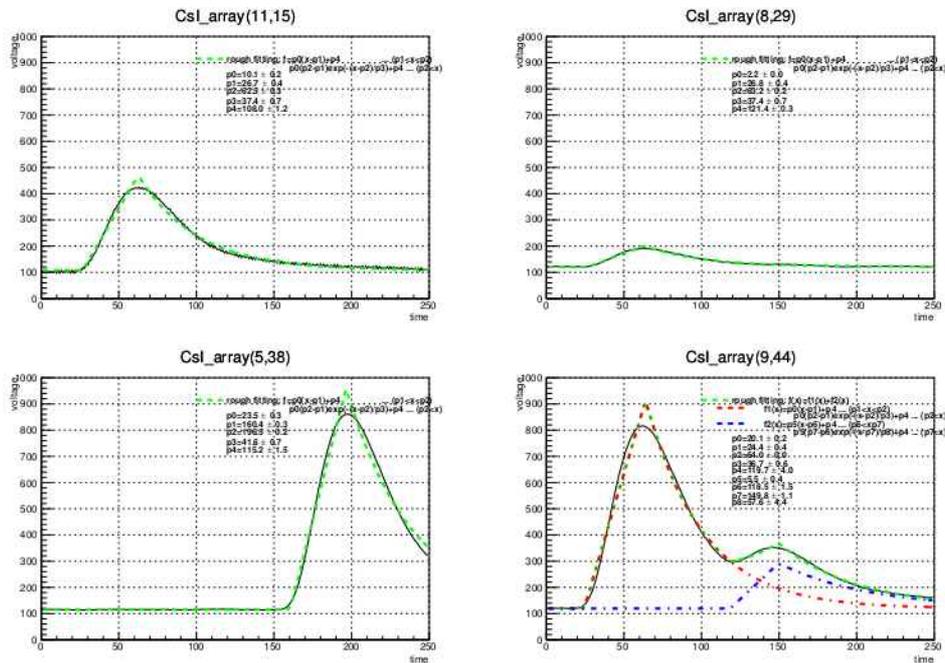


図3. 粗い波形モデルによるフィッティング。初期パラメータの決定のために実行される。

### 3. Offset line decision

粗いフィッティングだけでは、オフセットラインを正しく評価できない。波形の立ち上がる以前の時間領域について0次の直線でフィッティングして平均のオフセットラインを決定する。

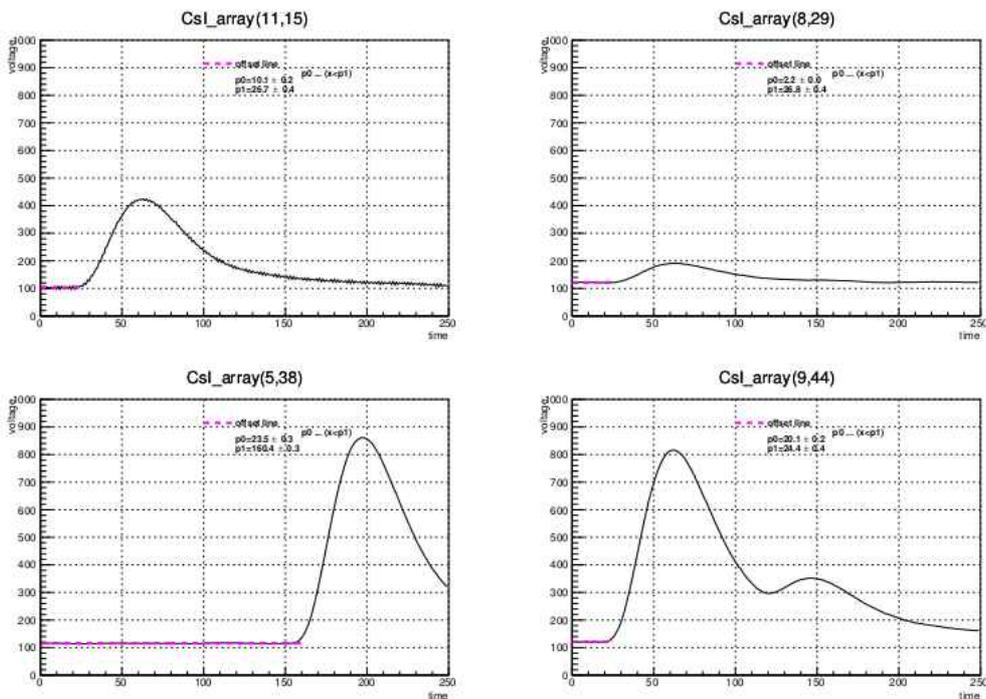


図4. オフセットラインの決定

#### 4. Function Model

CsI(Tl)の発光特性から、シングルピークの波形は以下の模型関数でよく説明できる。

$$f(t) = \text{Freq}\left(\frac{t - (t_0 + t_d)}{\tau_r}\right) \frac{t - t_0}{\tau_1^2} \left( \exp\left[-\frac{t - t_0}{\tau_1}\right] + \varepsilon \exp\left[-\frac{t - t_0}{\tau_2}\right] \right)$$

Freq はフリークエンシー関数と呼ばれ、階段関数の角が緩やかになったような関数で、立ち上がりの程度を表している。t<sub>0</sub> は立ち上がりの位置に相当しており、後の関数と同期される。t<sub>d</sub> は立ち上がり時刻の遊びを作っている。τ<sub>r</sub> は立ち上がりの緩やかさを意味しており、τ<sub>r</sub> の増加に伴って緩やかになる傾向を持つ。今回は Freq 関数は ROOT 内部でブラックボックスとして機能するので、明らかな関数系であるシグモイド曲線を代用した。曲線の性質は似ており以下の式で与えられる。

$$\text{Sigm}(x) = \frac{1}{1 + \exp(-a(x - x_0))}$$

指数関数の肩の係数 a の値によって Freq 関数に一致することを 図5 に示すように確認した。

Freq function vs. Sigmoid Curve

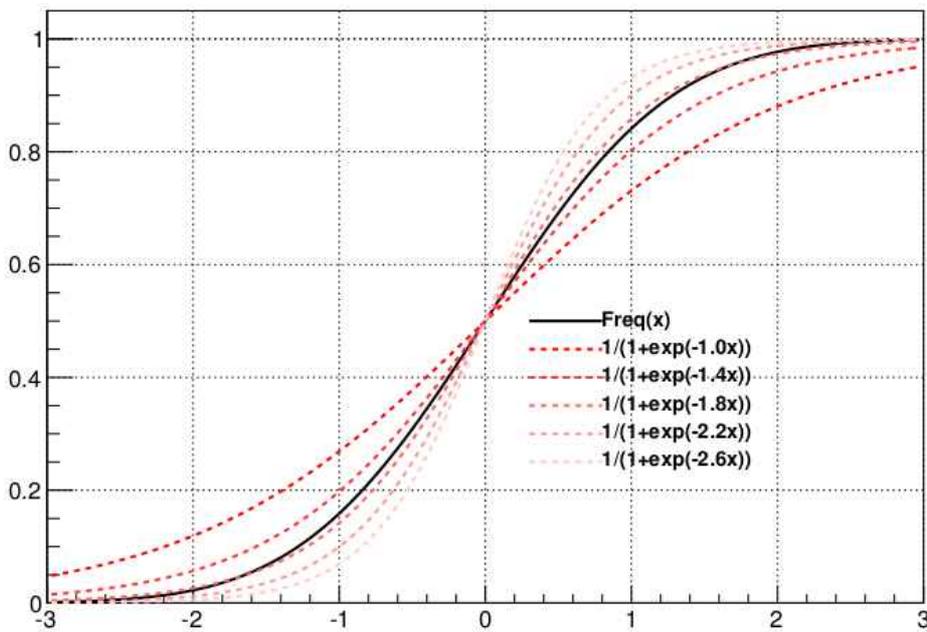


図5. Freq 関数とシグモイド曲線の違い。シグモイド曲線の係数 a=1.8 の時に Freq 関数に近づくことが確認できる。

後ろの項は波形の主なる部分を示しており、 $(t - t_0)/\tau_1^2 \exp(-(t - t_0)/\tau_1)$  は  $t = t_0$  のときゼロ、つまり立ち上がり時、減衰時定数 τ<sub>1</sub> による指数関数的な減衰を兼ね備えた曲線を描く (図6)。ピークの位置は微分値がゼロであることを考慮すると、 $t = t_0 + \tau_1$  である。このときのピークの高さは  $\tau_1^{-1} e^{-1}$  である。

2 つ目の項は減衰時定数が異なる。CsI(Tl)からの発光特性は2種類の減衰時間を持つと知られているので、係数 ε をかけて減衰の寄与を補正する。

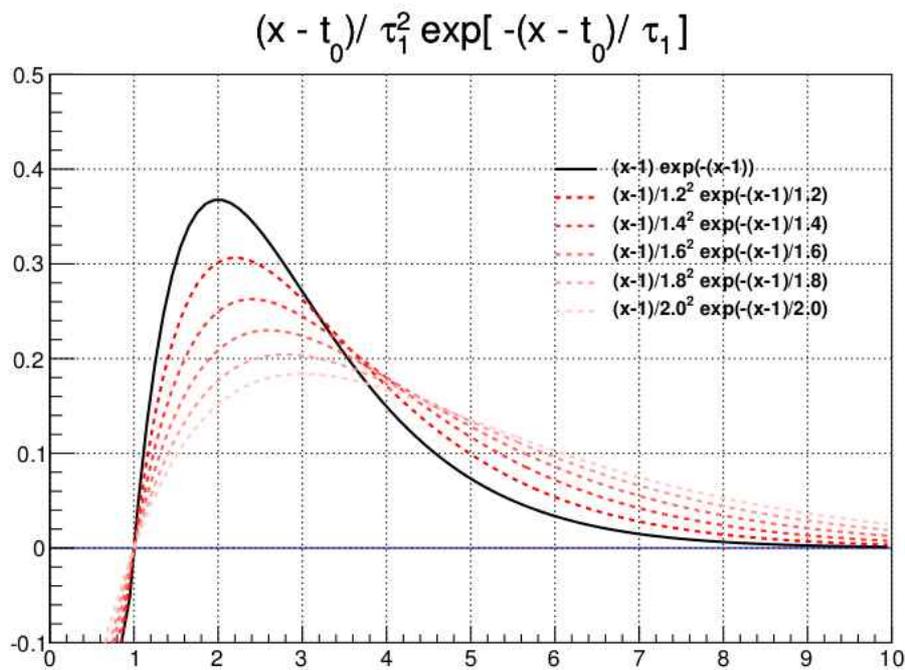


図6. 波形の主な部分を占める関数系。1次関数と指数関数の掛け算で、パラメタを同期させるとちょうど一つのピークを示す。減衰時定数を増やすとピークの減衰が緩やかになるだけでなくピークの位置が右へシフトし、低くなる傾向を持つ。

## 5. Result & Conclusion

以上から、波形解析では以下の手順で行う。(1)微分波形による場合分け、(2)粗い模型で Fitting、(3)ゼロ点の決定、そして(4)これらから初期パラメータを設定して模型関数で Fitting する。

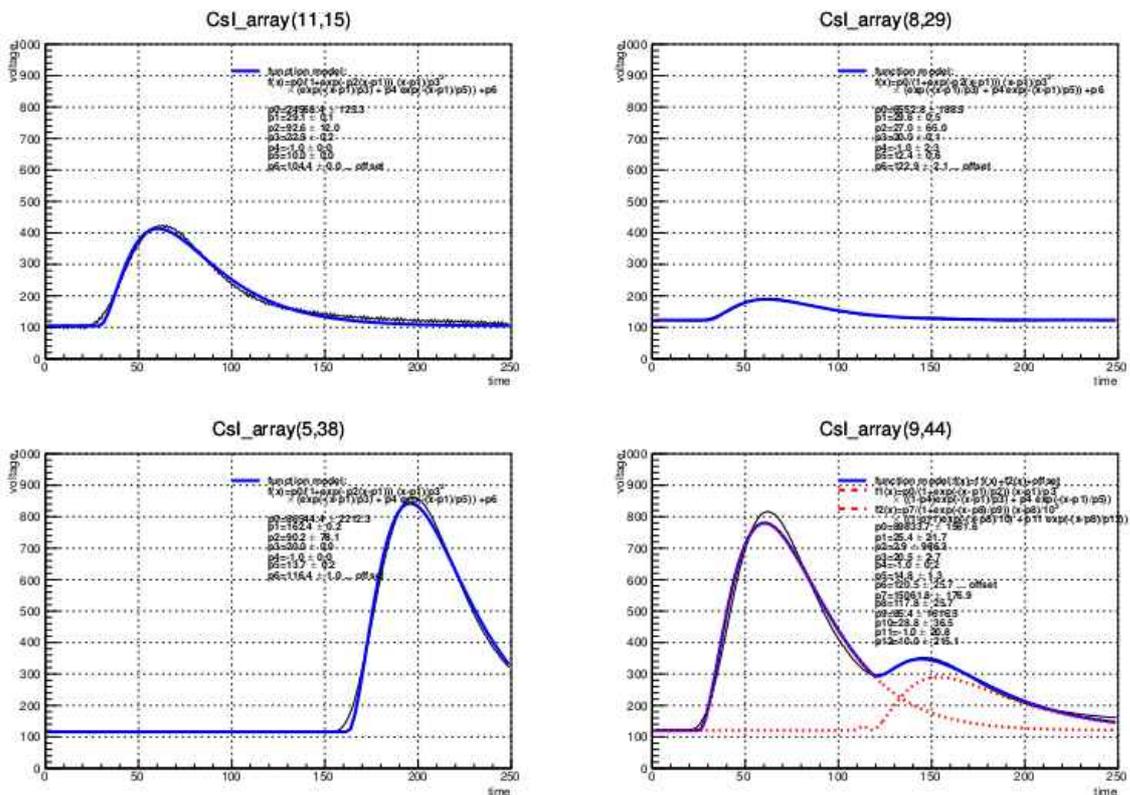


図7. 波形模型による Fitting 結果。